



Research Memorandum

構造モデルによる 通貨危機と債務デフォルトとの関係性モデリング

FTRI-RM No.22

May 2015

大城 直人, Ph.D.

ABSTRACT

本稿では、通貨危機をソブリンの資産価値のジャンプと捉えることで通貨危機と債務のデフォルトとの関係を明示的に取り込んだ新たなモデルを提案した。本モデルの特徴を調査した結果、大規模な通貨危機ほどその発生確率は低く、逆に小規模な通貨危機ほど頻繁に発生することを示しており、現実で観察される現象と整合的であることが分かった。また、デフォルト確率は通貨危機の規模やその発生確率との間に複雑な関係を示すことが分かった。大規模な通貨危機が発生するほどデフォルト確率が上昇するという基本的な傾向が見られるもの、信用力の水準によっては複雑な非線形の関係を示す場合が確認された。本モデルを、1997年にアジア通貨危機を経験したタイランド、および債務のデフォルトを2001年と2014年に経験したアルゼンチンに適用して実証分析を行った結果、タイの通貨危機発生直前の通貨危機の確率や、アルゼンチンのデフォルト直前のデフォルト確率は高い水準を示しており、本モデルが早期警戒情報としての有効に利用出来る可能性を示した。

株式会社 金融工学研究所

〒103-0027 東京都中央区日本橋 1-4-1 日本橋一丁目ビル 19F

<http://www.ftri.co.jp/> TEL: 03-3276-3440 FAX: 03-3276-3439

1 Introduction and Motivations

当社ではソブリンリスク評価手法の高度化に関する研究を進めてきており、これまでに、堀田（2012、2014）などを通してその成果の一部について公表を行っている。また、2013年8月には、当社が独自に開発した信用リスク評価ツール DEFENSE で全世界約 200 カ国弱の政府の信用力（ソブリンリスク）の評価結果の提供も開始しており対外投融資におけるベースライン評価のメルクマールとしてご好評いただいているところだ。

ソブリンリスク評価モデルという、対外債務や GDP、経常収支など国全体や政府に関する各種の統計数値から比率を作成してロジットモデルなどで評価を行うことが一般的だ。例えば、対外債務・GDP 比率などは各種の先行研究でもよく利用される指標の一つである。ところが、堀田(2012)でも指摘しているとおり、これらの指標はフロー指標が中心であり、ストック関連の指標は対外債務などごく一部に限られている。企業の信用力評価をおこなう上ではストック関連指標が極めて有効であることは周知の事実であることから、当社ではソブリンリスク評価にもバランスシート概念を導入してストック関連指標を構築する手法を開発し、その有効性を検証してきた。この結果、当社独自技術として、極めて有効なソブリンリスク評価手法を構築することができた。¹

一方でソブリンリスク評価において通貨危機の発生と債務のデフォルト（以下、デフォルト）との関係を理解することは極めて重要である。過去に多くの研究者が通貨危機とデフォルトとの関係について調査をおこない、その両者が密接に関連していることを示してきた。例えば、Kaufman (2000)は通貨危機とデフォルトとの関係について、“為替の急落によって特徴付けられる通貨危機が発生することで、外貨建てでの負担額の増加と、そのような債務のデフォルト確率が上昇するという両面で増加が発生する”と述べている。Ciarlone and Trebesch (2006)は“通貨危機とデフォルトは同じファクターによって発生すると思われる、すなわち、マクロ経済の発展の停滞と対外ファイナンス条件の悪化である”と述べている。

実証的には、Reinhart (2002)が通貨危機とデフォルトの事例を調査した結果、デフォルト発生後 24 ヶ月以内に通貨危機が発生する確率は 84%であり、通貨危機発生後 24 ヶ月以内にデフォルトが発生する確率は 58%であることを示した。Dreher et al. (2006)は通貨危機とデフォルトの因果関係を統計的に調査し、通貨危機の発生がデフォルトリスクを増加させること（ま

¹ Oshiro and Saruwatari (2005)では別のソブリン BS モデルによるソブリンリスク推計手法の有効性について論じている。

たその逆も) について議論している。

一方で、通貨危機とデフォルトとの関係を明示的に取り扱った理論モデルはあまり存在しない。Maltritz (2008)は構造モデルの考え方をベースに、将来に支払い債務があることで通貨危機の閾値が上昇する、即ち債務の増加が通貨危機の発生確率を上昇させるというモデルを提案しているが、あくまで理論的なモデルの提示であり、どのように通貨危機やデフォルトの発生確率を計算するかなどの具体的な解法についての説明はない。

本稿では、通貨危機とデフォルトとの因果関係が推察されながらそれらの関係をモデル化した先行研究が少ないことに鑑みて、当社がこれまで培ってきたソブリンのバランスシートの考え方を利用することで両者の関係を明示的に取り扱うモデルを提案する。具体的には、通貨危機をソブリンのバランスシート上の資産価値のジャンプとして捉えることで、ジャンプ拡散モデルを適用して通貨危機とデフォルトの発生確率の関係をモデル化する手法を提案する。また、通貨危機の頻度やその程度とデフォルト発生との関係を一つのモデルに統合したことで相互の関係について議論することが可能となった。このモデルによる出力結果が通貨危機やソブリン債務のデフォルトの早期発見情報として有効であることを示す。

2 通貨危機とデフォルトのリンクモデル

2.1 通貨危機とジャンプ拡散モデル

あるソブリン（政府）には時点 T_B で満期となる唯一の債務 D^B を有していると仮定する。このとき債務の満期時点で債務の返済が行えない場合にはデフォルトとなる。さらに、時点 t と T_B の間で自国通貨に対する投機的な攻撃を受けることで複数回の通貨危機が発生する可能性がある²と仮定する。一旦通貨危機に直面すると、為替レートは減価しソブリンの資産価値にも影響を受ける。図1に、時刻 T_A で通貨危機が発生した時の資産価値の推移のイメージ図を示した。ここでは、マーソンのジャンプ拡散モデル³ (MJD モデル) によってこのモデルを記述することとする。時刻 t でのソブリンの外貨建て資産価値を V_t とすると以下のジャンプ項を有する幾何ブラウン運動で表現される：

$$dV_t/V_t = (\mu_V - \lambda k)dt + \sigma_V dZ_V + (\psi - 1)dq_t, \quad (1)$$

ここで、 μ_V はドリフト項、 σ_V はジャンプがない場合のボラティリティ、 dZ_V は標準ウイ

² 本稿では規模によらず為替の下落を通貨危機として取り扱うので、いわゆるアジア通貨危機のような大規模な為替下落を伴う場合だけではなく、小規模な下落も通貨危機の一部となる。

³ Merton (1976).

ナー假定の増分、 q_t は強度 λ の独立ポアソン過程、 ψ はジャンプサイズの絶対値、 k はジャンプサイズの期待値であり、 $k \equiv E(\psi - 1)$ である⁴。

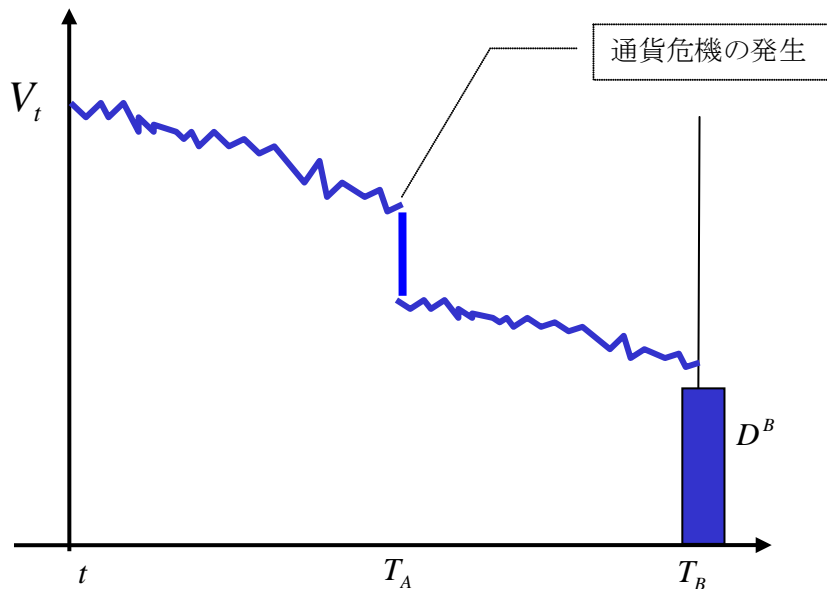
通貨危機の発生は少なくとも時点 t と T_B の間で少なくとも1回のジャンプが発生することと解釈されるので、通貨危機の確率、 $PC_{t(T_B)}^{CC}$ は以下の通り記述できる：

$$PC_{t(T_B)}^{CC} = \Pr\{X \geq 1\} = 1 - \Pr\{X = 0\} = 1 - \exp(-\lambda\tau_B), \quad (2)$$

なぜならば、時点 t と T_B の間のジャンプの回数が j 回である確率は、ジャンプの強度 λ を用いることで以下の通り記述できるからだ：

$$\Pr\{X = j\} = \frac{(\lambda\tau_B)^j}{j!} \exp(-\lambda\tau_B),$$

ここで、 X はジャンプの回数を示す確率変数である。



図表 1 資産価値 V の推移を示すスケッチ。時点 T_B で額面 D^B の唯一の債務が存在する。この図は時点 T_A で通貨危機が発生したことを示している。

Merton (1976)は、行使価格 D^B 、期間 $\tau_B (= T_B - t)$ であるヨーロピアンコールオプションに対して式(1)の厳密解を導いた。式(3)に示したとおり、ブラックショールズ項の無限和の形で表されている。

$$C(V_t, D^B, \tau_B) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau_B} (\lambda\tau_B)^j}{j!} E_j^W [C_{BS}(V_t W_j e^{-\lambda k \tau_B}, D^B, \tau_B)], \quad (3)$$

⁴ $\psi - 1$ は相対ジャンプサイズと呼ばれることがある。

ここで、 $C_{BS}(V_t, D^B, \tau_B) = V_t N(d_1) - D^B e^{-r\tau_B} N(d_2)$ 、 $d_1 = \frac{\ln(V_t / D^B) + (r + \sigma_V^2 / 2)\tau_B}{\sigma_V \sqrt{\tau_B}}$ 、

$d_2 = d_1 - \sigma_V \sqrt{\tau_B}$ 、また、 $N(\cdot)$ は累積正規分布関数である。

ランダム変数 W_j は j 個の乱数の積であり $W_0 \equiv 1$ となる。 E_j^W は W_j に対する期待値を表す。マートンモデルの枠組みでは、ソブリンの資本額 E_t は負債の額面 D^B を行使価格とする資産価値上のコールオプションとして解釈できるので以下の通りとなる。

$$E_t = C(V_t, D^B, \tau_B) \quad (4)$$

2.2 コンスタントジャンプ拡散モデル

さて、式(4)を計算するにあたり、MJD モデルの場合には未知の変数として λ と ψ が通常の(ジャンプがない場合の) マートンモデルと比べて増加している点が計算をより困難にする。そこで計算を容易にするためにジャンプ拡散モデルの特殊な場合のモデルを導入する。具体的には、ジャンプ幅 ψ は確率的な変数ではなく定数とする。このときのモデルをコンスタントジャンプ拡散モデル (CJD モデル) と呼ぶこととする。CJD モデルはいくつかの先行研究でも利用されている、例えば、Bates (1991), Malz (1996) and Honore (1998)などを参照。CJD モデルのもとでは、式(3)と式(4)は以下の通り変形される：

$$E_t = C(V_t, D^B, \tau_B) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau_B} (\lambda\tau_B)^j}{j!} \left[V_t e^{-\lambda k\tau_B} (1+k)^j N(d_3) - D^B e^{-r\tau_B} N(d_4) \right]. \quad (5)$$

また、CJD モデルでは、負債の満期時点 T_B で負債の額面 D^B が資産価値 V を下回る確率は以下の式で与えられる：

$$\begin{aligned} PD_{t(T_B)}^{DD} &= \Pr(V_{T_B} < D^B | V_t) \\ &= 1 - \sum_{j=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda\tau_B} (\lambda\tau_B)^j}{j!} N \left[\frac{\ln(V_t / D^B) + (r - 1/2\sigma_V^2 - \lambda k)\tau_B + j \ln(1+k)}{\sigma_V \sqrt{\tau_B}} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

2.3 通貨危機の確率と為替のフォワードレート

まず最初に、為替レートの再調整モデル(exchange rate realignment model)を紹介し本稿の目的の為に拡張する。為替レートの再調整モデルは Collins (1992)によって欧州通貨制度 (European Monetary System) の為替レートの再調整確率を計算するモデルとして議論されている。Hashimoto (2003)もまた同フレームワークをマレーシアとシンガポールの通貨危機の可能性

についての議論に応用している。次の関係式(7)が成り立つと仮定する：

$$\exp(i_t^* \tau_B) = \frac{S_{t,T_B}^e}{S_t} \exp(i_t \tau_B), \quad (7)$$

ここで、 S_t は時点 t でのスポットレート、 S_{t,T_B}^e は時点 t で T_B ($T_B > t$)で投資家が期待するスポットレート、 i_t は無リスク金利⁵、 i_t^* は国内通貨の金利、 τ はリスクホライズンを表し $\tau_B \equiv T_B - t$ である。

リスクホライズン τ_B で通貨危機が1度以上発生するときの投資家が T_B 時点で期待する為替レートの時点 t での値を S_{t,T_B}^{SA} とし、通貨危機が発生しないとした時のリスクホライズンでの為替レートを S_{t,T_B}^{NA} とする。リスクホライズン τ_B の間に通貨危機が発生する確率を $PC_{t(T_B)}^{CC}$ とすると、式(7)は次の様書き換えることができる：

$$\exp(i_t^* \tau_B) = PC_{t(T_B)}^{CC} \left[\frac{S_{t,T_B}^{SA}}{S_t} \exp(i_t \tau_B) \right] + (1 - PC_{t(T_B)}^{CC}) \left[\frac{S_{t,T_B}^{NA}}{S_t} \exp(i_t \tau_B) \right], \quad (8)$$

ここで右辺の第一項は通貨危機が発生した時の期待フロー、第二項が通貨危機が発生しないときの期待フローを表している。式(8)を国内金利 i_t^* に対して解くことで以下の式を得る：

$$\exp(i_t^* \tau_B) = \left[\left(\frac{S_{t,T_B}^{SA}}{S_t} - \frac{S_{t,T_B}^{NA}}{S_t} \right) PC_{t(T_B)}^{CC} + \frac{S_{t,T_B}^{NA}}{S_t} \right] \exp(i_t \tau_B). \quad (9)$$

$$\text{したがって、 } i_t^* = \ln \left[\left(\frac{S_{t,T_B}^{SA}}{S_t} - \frac{S_{t,T_B}^{NA}}{S_t} \right) PC_{t(T_B)}^{CC} + \frac{S_{t,T_B}^{NA}}{S_t} \right] / \tau_B + i_t,$$

となる。この国内金利 i_t^* は国内資産でも海外資産でのその保有による期待に違いがないことをもたらすための金利となる。完全市場では、将来の金利に対する投資家の期待値への外生的なシフトがこの平衡条件をとおして国内金利の変化をもたらすことになる⁶。

一方、カバー付き金利平価条件（CIP: Covered Interest rate Parity condition）から次の関係式が一般的に成立する⁷：

⁵ ここでは、USドル金利をリスクフリーとして取り扱う。

⁶ ここでの議論は Siegel (1972)に依存している。

⁷ この関係は、リスクホライズン τ_B でデフォルトが生じない場合に成立する。ここでは債務の支払いは T_B 時点のみで発生すると仮定しているので、たとえリスクホライズンの間に通貨危機が発生したとしてもこの間にはデフォルトは発生しない。即ち、たとえ時点 T_B で通貨へのアタックがあったとしてもフォワード契約はフェイルなしに精算されることができるとを暗示的に仮定している。

$$\exp(i_t^* \tau_B) = \frac{F_{t,T_B}}{S_t} \exp(i_t \tau_B), \quad (10)$$

ここで、 F_{t,T_B} は時点 t から見た T_B 時点でのフォワードの為替レートである。式(9)と式(10)を比較することで、次の式(11)を得る⁸：

$$\left(\frac{S_{t,T_B}^{SA}}{S_t} - \frac{S_{t,T_B}^{NA}}{S_t} \right) PC_{t(T_B)}^{CC} + \frac{S_{t,T_B}^{NA}}{S_t} = \frac{F_{t,T_B}}{S_t}. \quad (11)$$

この式は投資家によるフォワードレート、将来の期待為替レートと通貨危機の発生確率の間の投資家の期待する関係式を表している。また、通貨危機が発生しないときの期待為替レートは時点 t での為替レート S_t と同じであると仮定する、即ち、 $S_{t,T_B}^{NA} = S_t$ である⁹。したがって、式(11)は次の様になる：

$$PC_{t(T_B)}^{CC} \chi + 1 = \frac{F_{t,T_B}}{S_t},$$

ここで、為替の減価率 χ は次の通りとなる。 $\chi \equiv \frac{S_{t,T_B}^{SA} - S_t}{S_t}$ 。

したがって、次の関係式(12)が得られる

$$PC_{t(T_B)}^{CC} \times \chi = \frac{F_{t,T_B} - S_t}{S_t} \equiv f_{t(T_B)}, \quad (12)$$

$f_{t(T_B)}$ はリスクホライズン τ_B でのフォワードプレミアムと呼ばれる。

一方、外貨で計測したソブリンの資産価値は、リスクホライズンで通貨危機が発生した場合には通貨の原価の結果として、 $S_{t,T_B}^{NA} / S_{t,T_B}^{SA}$ となる。この比率は資産価値の期待減価率を示しており、CJD モデルにおけるジャンプサイズ ψ と同じであると仮定する¹⁰。よって次の関係式が得られる：

$$\psi = \frac{S_{t,T_B}^{NA}}{S_{t,T_B}^{SA}} = \frac{S_t}{S_{t,T_B}^{SA}}. \quad (13)$$

ゆえに、為替の減価率 χ と資産価値の減価率 ψ の間には次の関係が成り立つ：

⁸ 同様の議論がいくつかの先行研究で見受けられる。例えば、Siegel (1972), Collins (1992), Hashimoto (2003)。

⁹ この仮定は特に多くの途上国で採用されている固定為替レートは管理為替レートの元で成立する。

¹⁰ リスクホライズンの間に複数回のジャンプがあることを想定しているので、ジャンプサイズ ψ はリスクホライズンの間での潜在的な複数回のジャンプの結果として達成される。

$$\chi = \frac{S_{t,T_B}^{SA} - S_{t,T_B}^{NA}}{S_{t,T_B}^{NA}} = \frac{1}{\psi} - 1. \quad (14)$$

2.4 モデルの解法

この章でのこれまでの議論に基づいて、これらの方程式系を解くことが可能となる。まず、何らかの形で資産価値の減価率 ψ （もしくは為替の下落率 χ ）を決定する。為替のフォワードプレミアム $f_{t(T_B)}$ は外生的に与えられるので、式(12)と式(14)から通貨危機の発生確率 $PC_{t(T_B)}^{CC}$ を得ることができる。また、式(2)からジャンプの強度パラメータ λ を計算することができる。そのうえで、オプションアプローチを適用してソプリンの資本価値 E_t を外生的に与えて式(5)を解くことで資産価値 V_t と資産のボラティリティー σ_V を求めることができる。オプションアプローチの解法は各種の参考文献に記載があるので参照願いたい。例えば、Hull (2005)¹¹。最終的にデフォルト確率 $PD_{t(T_B)}^{DD}$ を式(6)から得ることができる。

3 結果と議論

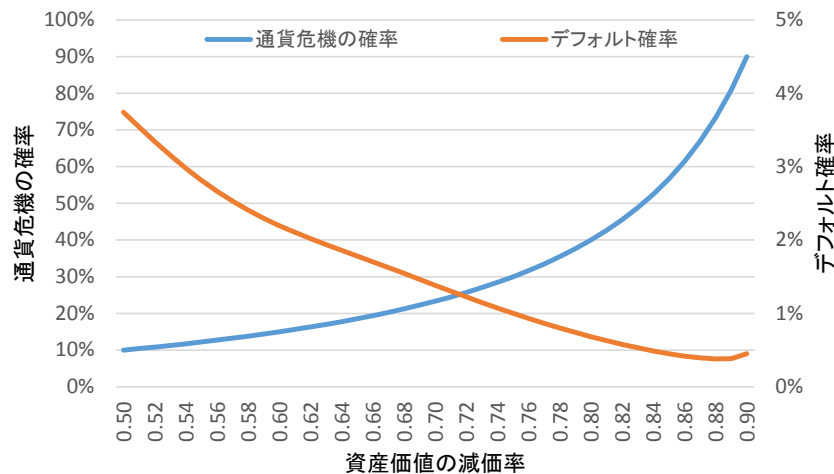
3.1 基本分析

まず最初に、本稿で採用したCJDモデルならびに為替レートの再調整モデルによって、パラメータが変化が通貨危機の発生確率やデフォルト確率に与える影響について調査する。図表2は資産の減価率 ψ を変化させたときの通貨危機の確率とデフォルト確率の推移を示したグラフである。本計算は、負債の額面 $D^B=2000$ 、資本額 $E=2000$ 、無リスク金利 $r=0.05$ 、資産のボラティリティー $\sigma_V=0.2$ 、リスクホライズン $\tau=1$ 、為替のフォワードプレミアム $f=0.1$ の場合に関する結果である。通貨危機の確率は資産の減価率が1に近いほど、即ち小規模な通貨危機ほど通貨危機の発生確率は高くなることを示している。これは感覚的な理解と整合的である。具体的に過去の為替レートの推移を調査した結果を図表4に示した。これは1990年から20年間の対米ドル為替レートの日々の変化率を調査した結果であり、例えば、タイの場合は一日で10%以上為替レートが下落した回数は20年間で4回だったことを示している。小さい下落幅ならばより発生しやすく、大きな下落幅の通貨危機ほど発生しにくいという結果であり図表3の結果とも整合的である。

一方で、図表2のデフォルト確率の推移をみると、資産価値の減価率 ψ が減少するほどデフォルト確率が上昇する様子が見られる。即ち、大きな資産価値の下落（＝為替レート的大幅

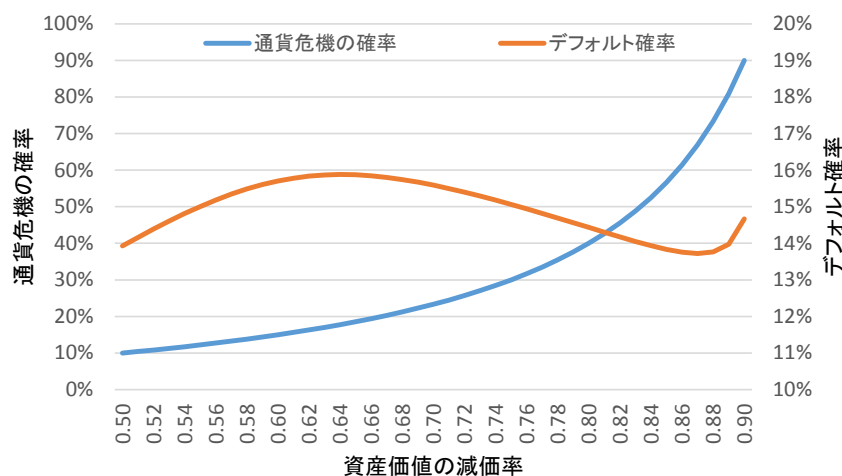
¹¹ Land (1994)の2.11節ではオプションモデルの別の解法として本稿で採用した手法について議論している。

な減価)が生じるとデフォルト確率が高まるという結果であり、こちらも感覚的な理解と整合的な結果である。



図表 2 通貨危機の確率とデフォルト確率との関係 (ケース 1)

一方図表 3 は、図表 2 の条件とほぼ同じだが負債の額面を D^B を 2000 から 7000 に変更した場合の結果を示している。負債が増加したことでデフォルト確率が全体的に大きく上昇していることに加えて、資産価値の減価率 ψ に対してデフォルト確率が非線形に推移していることに大きな特徴が見られる。経済的な (数学的ではない) 視点で考えてみると、大きな為替の下落は発生する可能性は低いものの、一旦そのような大きな下落が生じると経済への深刻なインパクトが生じて外貨の流出を招く結果デフォルトが生じる可能性が高まると考えられる。一方で、小規模な為替の下落は頻繁に生じるものの、経済に与える影響は小さいことからデフォルト確率への影響も限定的となる。この為替の下落の深刻度 (下落幅) とその発生頻度のトレードオフにより図表 3 で示したような非線形の結果が生じていると考えられる。



図表 3 通貨危機の確率とデフォルト確率との関係 (ケース 2)

図表 4 為替の下落率と発生回数

国名	10%以上	20%以上	30%以上
Thailand	4	2	0
Argentina	8	5	2

3.2 分析対象国と利用データ

本稿で分析対象とする国と分析に利用するデータについて説明する。

本稿では 2 つの新興国（タイ、アルゼンチン）を対象として実証分析を行う。タイランドは 1990 年代後半に深刻な通貨危機（アジア通貨危機）の起点となった国として通貨危機の分析の対象として取り上げられることが多い国である。また、タイは 2006 年 9 月の軍事クーデターやその後の政権交代にともなう混乱が続くなど政治的にはやや不安定な状態が続いている国である。もう一つの対象国アルゼンチンは 2001 年末に外債建て債務のデフォルトを起こした国であり、日本でも本ソブリン債の保有により元本削減などの影響を受けた投資家も多いと推察される。また、2001 年の債務削減にともなう混乱を引きずる形で 2014 年 7 月末にも再度デフォルトを起こしたことは記憶に新しい。

(a) ソブリンのマクロ経済指標

全てのマクロ経済指標は IMF の International Financial Statistics、もしくは、世界銀行の Global Development Finance (Quarterly External Debt Statistics) から取得した。これらの情報ソースはソブリン分析において最も一般的に利用されているデータソースであり信頼性も高い。また、全てのデータは米ドル建てに換算したうえで月次ベースで取得・計算している。

(b) 市場価格データ

為替レートなどの市場データは必ずしも全てのデータが過去に遡って取得出来るとは限らないため、本稿では図表 5 に示したような期間を分析の対象としている。これらの分析期間にはタイの通貨危機およびアルゼンチンのデフォルトの前後の期間が含まれている。

図表 5 計算に利用したデータの期間

County	Calculation Periods
Thailand	Jan 1996 to Dec 2014
Argentina	Oct 1998 to Dec 2014

(c) ソブリンの資本価値、 E_t

ソブリンの資産価値をどのように計算するかは一つの大きなテーマである。本稿では、当社がこれまでに培ってきたソブリンのバランスシートを構築する独自手法をベースにソブリンの資本価値を計算する。基本的なコンセプトに興味のある場合は、堀田(2012、2014)を参照願いたい。

3.3 通貨危機の確率とデフォルト確率

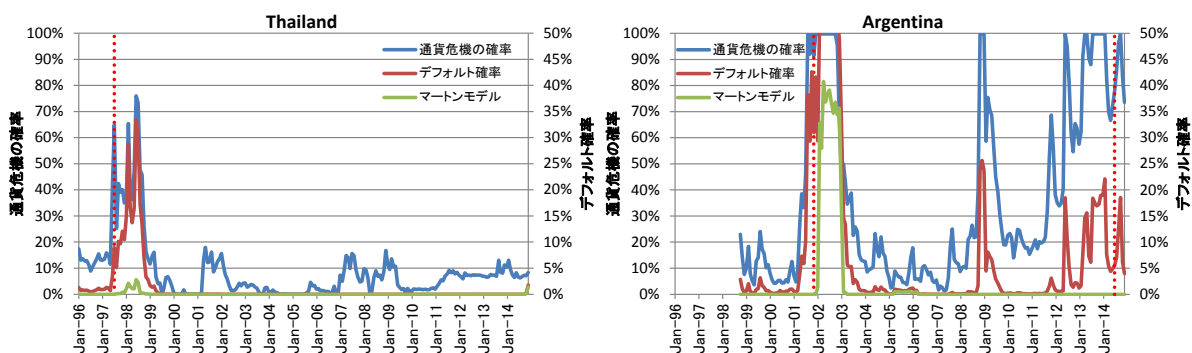
第2章で議論した方法で通貨危機の確率やデフォルト確率を計算するためには、資産価値の減価率 ψ （もしくは為替の下落率 χ ）を何らかの形で与える必要がある。ここでは、過去の通貨危機の事例や先行研究を参考に、通貨危機が発生した際の標準的と考えられる値として、資産価値の減価率 $\psi=0.8$ （為替の下落率 $\chi=0.25$ ）のケースで通貨危機の発生確率とデフォルト確率を計算する。その結果を図表6に示した。また、参考として標準的な（ジャンプがない場合の）マートンモデルによって計算されたデフォルト確率も示している。

左側のパネルはタイの結果を示している。タイの通貨危機が発生した1997年7月（図表6中の赤点線）時点の通貨危機の発生確率は約64.9%と極めて高い値を示している。また、その前月でも約42.4%を示している。タイはその同年8月にIMFに対する外貨の支援要請を行っているがこれを広義のデフォルトとして捉えるならば、その前月時点（1997年7月）でのデフォルト確率は約9%と高い値である。その後デフォルト確率は上昇を続けて1998年6月には30%を超える水準に達している。なお、2006年9月の軍事クーデターや、その後2007年から始まった米国金融危機の影響を受けて通貨危機の確率にやや上昇が見られるが、デフォルト確率には際だった変化は見られない。

図表6の右側のパネルはアルゼンチンの結果を示している。通貨危機の確率は債務のデフォルト（2001年11月：図表6中の赤点線）の3ヶ月前よりほぼ100%の水準で推移している。また、デフォルト確率はデフォルトの前月で約43%になるなど極めて高い水準を示している。一方、2014年7月のデフォルトでは前月の通貨危機の確率は約77.8%、デフォルト確率が5.6%（2014年2月頃は一時デフォルト確率は20%を超える水準）となっている。また、2008年後半には米国の金融危機の影響を受けてアルゼンチン経済が急減速し債務のデフォルト観測が出ていたが、この頃は通貨危機の確率がほぼ100%、デフォルト確率が概ね20%台に跳ね上がって推移している。一方で、標準的なマートンモデルによる結果はいずれの国の場合でもデフォルト確率が相対的に低めに計算されている。これらのことから、本稿で採用したモデルは通貨危機やデフォルトの発生に対する早期警戒情報として有効に利用出来る可能性を

示していると考えられる。

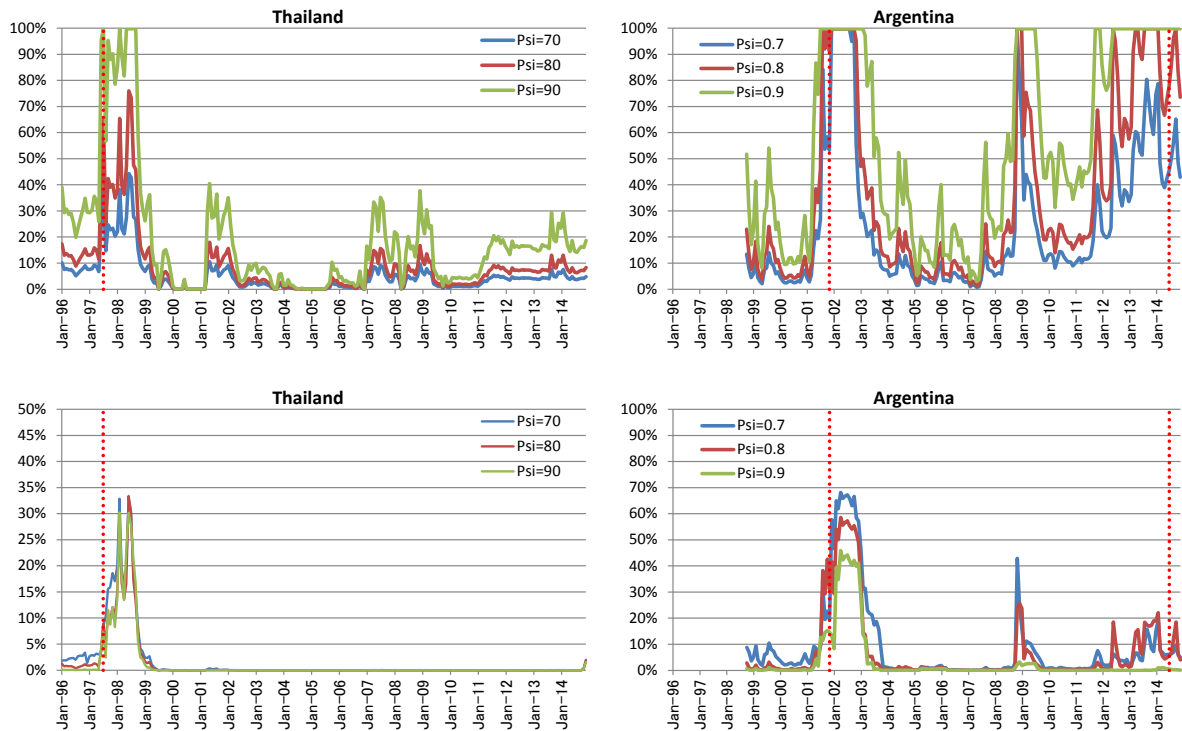
なお、結果を子細に観察すると、いずれの国の結果でも、通貨危機の発生確率とデフォルト確率との間には強い相関が見られることに気づく。ジャンプの頻度に関するパラメータ λ が通貨危機にの確率を表す式(2)とデフォルト確率を表す式(6)の両方に含まれていることから考えれば理論的にも予測される結果である。ただしその相関関係が常に維持されているわけではない。図表 3 で見たとおり通貨危機の確率とデフォルト確率は必ずしも線形関係ではない点には留意が必要だ。



図表 6 通貨危機の確率とデフォルト確率 ($\psi = 0.8$)

(a) 為替レートの変動率を変化させた場合

第 2 章で議論した方法で通貨危機の確率やデフォルト確率を計算するためには、資産価値の減価率 ψ (もしくは為替の下落率 χ) を何らかの形で与える必要がある。ここでは、資産価値の減価率を $\psi = 0.7, 0.8, 0.9$ の 3 つのパターンで計算した結果を示す。図表 7 の上の 2 枚のパネルは通貨危機の発生確率の推移を示している。3.1 節の基本分析で見たとおり、資産価値の減価率 ψ の値が大きくなるほど ($\psi \rightarrow 1$) 通貨危機の発生確率が高くなるという傾向が確認できる。即ち、規模が小さい通貨危機ほど発生しやすいということを示している。一方、図表 7 の下の 2 枚のパネルはデフォルト確率の推移を示している。資産価値の減価率の変化に対するデフォルト確率の変化の感度がやや鈍いことが分かる。更にいえば、資産価値の減価率の変化とデフォルト確率の変化が必ずしも線形の関係で無いことが見て取れる。(例えば、アルゼンチンの 2002 年のデフォルト確率は、 $PD(\psi = 0.7) > PD(\psi = 0.8)$ の関係であるが、2013 年頃はその関係が逆転している。) 図表 2 で確認したとおり、一般論としては、資産価値の減価率が 1 に近い (= 下落率が小さい) ほどデフォルト確率は下がる傾向を示すが、図表 3 で示すようなケースでは、両者が複雑な非線形の関係を示す場合もあり、通貨危機の発生確率とデフォルト確率との間の複雑な関係を表現していると言える。



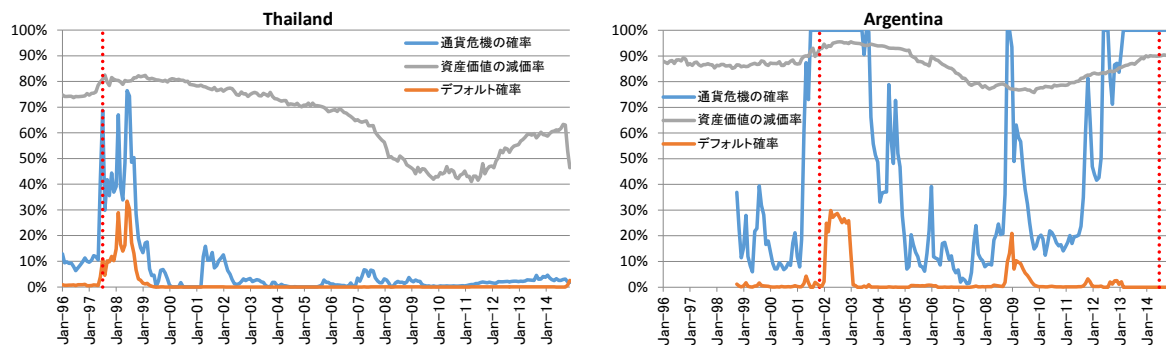
図表7 通資産価値の減価率を変化による通貨危機の確率とデフォルト確率の推移
 パネル上：通貨危機の確率、パネル下：デフォルト確率

3.4 為替レートの減価率

第 3.3 節では、資産価値の減価率 ψ （もしくは為替の下落率 χ ）を一定値に仮定して通貨危機の確率とデフォルト確率を計算した。ここでは、別の情報から資産価値の減価率 ψ （もしくは為替の下落率 χ ）を推計する方法を試みる。一般的に、通貨へのアタックが生じた時に政府・中央銀行は外貨（ドル）を売ることで自国通貨を防衛する手段をとることが多い。その場合、保有する外貨が底払したときが通貨危機の発生であると仮定すれば、通貨危機の時点で資産価値 V は $V - RES$ に（少なくとも）減価することになる。ここで、 RES は外貨準備高を表す。したがって、通貨危機時の資産価値の減価率は $\psi = (V - RES)/V$ で与えられることになる¹²。この関係式では、外貨準備が大きい国ほど（ ψ が小さくなることから）通貨危機が発生しにくくなるという関係を表現しており実感とも整合的な設定といえる。この場合の通貨危機の確率とデフォルト確率の推移を図表 8 に示した。資産価値の減価率はタイの場合で概ね 0.7~0.8 程度、アルゼンチンの場合は 0.8~0.9 で推移していることが分かる。3.1 節

¹² 2.2 節のコンスタントジャンプ拡散方程式の前提としてジャンプ幅 ψ は定数としているが、ここでの計算上は、計算時点で与えられたジャンプ幅はリスクホライズンの間は一定であることを暗黙に仮定している点に留意。また、 ψ は資産価値 V の関数であるため繰り返し計算により値が収束するまで繰り返して解を求めた。

で確認したとおり、資産価値の減価率 ψ が大きく ($\psi \rightarrow 1$) なるほど (即ち、外貨準備高が小さくなるほど) 通貨危機が発生しやすいという関係があるが、実際の通貨危機やデフォルトも (図中赤破線)、 ψ が大きくなった時点でこれらの危機が発生する傾向が確認できる。資産の減価率がやや大きめのために計算されるデフォルト確率は全体的にやや低めに推計されており、タイの通貨危機の発生直前での通貨危機の発生確率は 68%超、デフォルト確率は 10%超であった。またアルゼンチンの 2 回のデフォルト発生直前での通貨危機の確率はいずれも約 100%、デフォルト確率は約 2%と約 0%と低めの水準であった。アルゼンチンの場合は通貨危機の確率が高くなったことで、デフォルト確率が低く推計されてしまう結果となった。資産価値の減価率の設定によって結果が大きく左右される部分であり今後の研究が必要な部分だ。



図表 8 通貨危機の確率とデフォルト確率 (資産価値の減価率に変化するケース)

4 結論と今後の展望

本稿では、通貨危機と債務のデフォルトとの関係を明示的に取り込んだ新たな定量モデルを提案した。本モデルは通貨危機によるソプリンの資産価値の下落をコンスタントジャンプ拡散方程式で表現するモデルとして提案している。この結果、通貨危機の発生確率やデフォルト確率を別々に計算することが可能となり、それぞれが相互に影響を与えるモデルとなった。

本モデルの特徴を調査した結果、通貨危機による資産の下落率の期待値が大きい (大規模な通貨危機) ほど通貨危機の発生確率は低く、逆に小規模な通貨危機ほど頻繁に発生することを示しており、現実で観察される現象と整合的であることが分かった。一方で、デフォルト確率はより複雑な関係を示しており、大規模な通貨危機が発生する場合ほどデフォルト確率が上昇するという基本的な傾向が見られるもの、計算の条件によってはより複雑な非線形の関係を示す場合が見られた。この背景に、小規模な通貨危機ほど発生頻度は高いもののデフォルト確率に与える影響は小さいが、一方で大規模な通貨危機はその発生頻度は低いもの

のひとたび発生すればデフォルト確率に強い影響を与えるというトレードオフの関係があるためこのような非線形な関係になると考えられる。

つぎに、本モデルを、1997年にアジア通貨危機を経験したタイランドおよび債務のデフォルトを2001年と2014年に経験したアルゼンチンに適用して実証分析を行った。資産価値の下落率を0.8に固定して計算した結果、タイの通貨危機発生直前の通貨危機の確率は約42%を超える高い水準を示していた。また、その後タイによるIMFへの金融支援依頼の時点ではデフォルト確率は9%を超える水準であった。一方で2006年の軍事クーデターや2007年～2008年に掛けての米国金融危機による影響は多少は観察されるものの通貨危機の確率やデフォルト確率の上昇などの目立った変化は見られていない。このときには結局通貨危機やデフォルトが発生していない点を踏まえると本モデルに早期警戒情報としての一定の有効性が確認できたとと言える。アルゼンチンの結果では、2度の債務のデフォルトの直前では通貨危機の発生確率はそれぞれ77%超及びほぼ100%と極めて高い水準であった。また、それぞれの時点でのデフォルト確率は43%超、20%超でありアルゼンチンにおいても本モデルの有効性が示されたとと言える。

為替の減価率を資産価値に占める外貨準備高の割合と仮定して計算した結果では、通貨危機の発生確率が高い時点で実際の通貨危機やデフォルトが生じており、基本的な設定としては有効であることを確認した。ただし、通貨危機の発生確率がやや高めに推計されることから、結果としてデフォルト確率が低めに推計される傾向がみられ、アルゼンチンの債務デフォルトのケースでは必ずしも十分に高い水準で捕捉できていたとは言えない状況だった。為替の減価率の設定方法を含むモデルの改善結果や欧州ソブリン危機時の実証分析結果については今後あらためて報告したい。

5 参考文献

Ciarlone, Alessio and Giorgio Trebeschi, "Currency and Debt Crises: A Review of the Early Warning Systems," in *Country and Political Risk*, ed. Sam Wilkin, pp.17-35, Risk Books, (2006).

Collins, Susan, "The Expected Timing of EMS Realignment: 1979-83," NBER, Working Paper 4068 (May 1992).

Dreher, Axel, Bernhard Herz and Volker Karb, "Is There a Causal Link Between Currency and Debt Crises," *International Journal of Finance and Economics*, Vol.11, pp.305-325 (2006).

Hashimoto, Yuko, "An empirical test of likelihood and timing of speculative attacks: the case of Malaysia and Singapore," *Japan and the World Economy*, Vol.15, pp.245-259 (2003).

Hemming, Richard, Michael Kell and Axel Schimmelpfening, "Fiscal Vulnerability and Financial Crises in Emerging Market Economies," *IMF Occasional Paper*, No.218, (2003).

Herz, Bernhard and Hui Tong, "Debt and Currency Crises –Compliments or Substitutes?," *Review of*

International Economics, Vol.16, No.5, pp.955-970 (2008).

Kaminsky, Graciela, Saul Lizondo and Carmen Reinhart, "Lending Indicators of Currency Crises," IMF Working Paper, (1997).

Kaufman, George, "Banking and currency crises and systemic risk: Lessons from recent events," Economic perspectives, Vol.24, No.3, Federal Reserve Bank of Chicago (2000).

Lando, David, Credit Risk Modeling: Theory and Applications, Princeton University Press, (1994).

Hull, John, Options, Futures and Other Derivatives, 6th Edition, Prentice Hall (2005).

Maltritz, Dominik, "Modelling the dependency between currency and debt crises: An option based approach," Economic Letters, Vol.100, No.3, pp.344-348, (2008)

Merton, Robert, "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates," Journal of Finance 29, pp.449-470 (1974).

Merton, Robert, "Option Pricing When Underlying Stock Returns are Discontinuous," Journal of Financial Economics, Vol.3, pp.125-144 (1976).

Oshiro, Naoto and Yasufumi Saruwatari, "Quantification of Sovereign Risk: Using the Information in Equity Market Prices," Emerging Markets Review, Vol.6, pp.346-362. (2005).

Reinhart, C., "Default, Currency Crises and Sovereign Credit Ratings," NBER Working paper, No.8738 (2002).

Siegel, Jeremy, "Risk, Interest Rates and the Forward Exchange," The Quarterly Journal of Economics, Vol.86, No.2, pp.303-309 (1972).

堀田(2012)、研究レポート(No.9)「ソブリンリスク評価への企業の信用力評価手法の応用」、金融工学研究所 HP。

堀田(2014)、研究レポート(No.16)「新しいソブリンリスクに対する定量評価手法の提案」、金融工学研究所 HP。



FTRI RESEARCH MEMORANDUM SERIES

All rights reserved

Financial Technology Research Institute Inc.

19F Nihombashi 1-4-1, Chuoku

Tokyo 103-0027 Japan

TEL: +81-3-3276-3440

<http://www.ftri.co.jp/>