Research Memorandum

本邦株式市場への対数周期運動の適用
Application of Log-Periodic Oscillation model to the Japanese Stock Market

FTRI-RM11

June 2013

森田和樹、笹岡洋平、大城直人

要旨/Abstract

このペーパーでは、金融商品の価格が対数周期性を示すことを利用したモデルを日経平均株価に適用することで、2013 年 5 月 22 日の株価ピークのタイミングがどの程度予測できていたのかを検証した。その結果、日経平均株価が 2013 年 5 月 21 日頃ピークに達することを示唆しており、実際のピーク日と概ね良い一致が見られることを確認した。

株式会社　金融工学研究所

〒103－0027 東京都中央区日本橋 1-4-1 日本橋一丁目ビルディング

http://www.ftri.co.jp/　TEL: 03-3276-3440 FAX: 03-3276-3439

＊ 本レポートの作成にあたって、研究員からの多くのコメントを参考にした。ここに感謝の意を表したい。ただし、本レポートにおける意見は、筆者個人によるものであり、金融工学研究所の見解を示すものではない。また、誤植等の誤りは筆者個人に属する。内容に対するご意見・ご質問やお問い合わせは、執筆者までお寄せ下さい。

1. はじめに

リーマンショック以降長らく続いていた本邦株式市場の低迷も、2012 年末の新政権誕生後急激な復調傾向を示してきた。ところが、2013 年 5 月 22 日をピークに、一日で日経平均が 1000 円超下げるなど大幅な暴落を記録し、その後も動きの粗い展開が続いている。

このレポートは、ここ 10 年で急速に研究が進んできた、株価の対数周期変動性を利用した株式市場の変動予測の技術を利用して、2013 年 5 月 22 日に日経平均株価がピークをつけた事象がどの程度予測出来ていたのかを検証した。

2. 対数周期変動

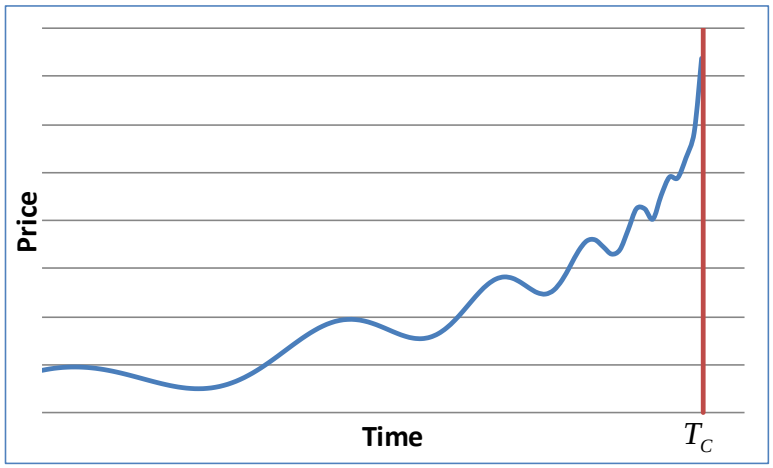
2.1 Log-Periodic Power Law model (LPPL)

株価などの対数周期運動モデル（LPPL）については、Sornette et al. (2001)[1]が、金や株式市場の価格変動が対数周期性を持つことを示して以来、各国の市場や様々な商品価格で高い説明力（適合性）を示すとの報告がなされてきた。

LPPL 運動は、式(1)に示す形式で表される。

$$\text{LPPL}: \quad y(t) = A + B(T_C - t)^Z + C(T_C - t)^Z COS(\omega \log(T_C - t) + \varphi) \qquad (1)$$

ここで、t は評価時点、$y(t)$ は時点 t での価格、T_C は LPPL 運動が停止するときの時点（臨界時刻）となる。さらに、A、B、C、Z、T_C、ω、φ の 7 つのパラメータを含んでおり、これらのパラメータを変更することで LPPL 運動の周期や振幅、上昇速度等が変化する。
この式のイメージ図を以下に示すが、振動を繰り返しながら指数的に上昇を続け、その周期がだんだん短くなり、最後は T_C（図中赤線）のタイミングでパラメータ A の値に収束する運動である。
即ち、LPPL モデルを金融商品の価格に当てはめて考えて、価格がピークを付けるタイミング T_C を予測しようというものである。



[1] Sornette, Diddier, “Why stock market crash?”がこの分野に関してまとまった書籍として発行されている。邦題、「経済物理学、なぜ暴落は起こるのか」PHP 研究所（2004）

株式会社 金融工学研究所 http://www.ftri.co.jp/ TEL: 03-3276-3440 FAX: 03-3276-3439
〒103-0027 東京都中央区日本橋1-4-1 日本橋一丁目ビルディング
＊FTRI Research Memorandumを当社に無断で第三者に配布したり複写複製(コピー)すると、著作権の侵害になります。

2.2 パラメータの推計方法

式(1)において推計されるべきパラメータは、A、B、C、Z、T_C、ω、φの７つある。パラメータの数が多いことから、一般的な手法では適切なパラメータ推計が困難なため、本ペーパーでは、Gulsen, et al. (1995)による遺伝的アルゴリズムを利用したパラメータフィッティング手法を利用した。その手法の概略は以下の通りであり、大きく４つのステップからなる。

Step1：初期（親世代）個体の設定

1. ある個体には推計するパラメータの数だけ遺伝子（パラメータ）を含むとする。例えば、推計するパラメータが、A～F の５つの場合、5 つのパラメータ（遺伝子）からなる個体を用意する。それぞれのパラメータには、あらかじめパラメータ毎に存在が想定される範囲内からランダムに数値を設定する。これらランダムに５つのパラメータが設定された個体を N 個作る。これらを「親世代」と呼ぶこととする。
2. これら N 個の個体（パラメータのセット）で実際のカーブとの適合度（例えば最小二乗誤差）を計算して、良好なフィッティングを示す上位半分（N/2 個）の個体を選ぶ。

Step2：交配

1. Step1 で選択された良好な上位 N/2 個の個体中からランダムに二つの個体を選んで、そのペアに対してパラメータ毎に平均値を取ったものを、それらのペア（親）に対する子のパラメータセットとする。これらの交配を N/2 ペア分ランダムに選択し「子世代」を N/2 個作成する。

Step3：突然変異

1. Step1 の親世代 N 個の個体に対して、パラメータ毎に最大値と最小値を計算する。
2. 最大値と最小値のそれぞれ２倍の範囲からランダムに突然変異用のパラメータを作る。
3. N 個の親世代からランダムに 1/2N 個を選び、選ばれた個体に対して全ての遺伝子に対して突然変異用のパラメータをそれぞれ加えることで新たなパラメータセットを作る。

Step4：選択

1. これらの作業の結果、個体数は、「親世代」の N 個＋「子世代」N/2 個＋「突然変異」N/2 個の合計 2N 個の個体が作成されたことになる。
2. これら 2N 個の個体に対して、フィッティングを計算して、良好な N 個を残して、Step１に戻る。

以上のステップを G 回繰り返して、最終的に最も良いフィッティングを示した個体を「解」とする。

なお、実際の計算では、７つのパラメータを全て遺伝的アルゴリズムで求めるのではなく、Sornette(2001)に従って 2 段階方式でパラメータを決定する方法を実施した。具体的

株式会社 金融工学研究所　http://www.ftri.co.jp/　TEL: 03-3276-3440　FAX: 03-3276-3439
〒103-0027 東京都中央区日本橋1-4-1 日本橋一丁目ビルディング
＊FTRI Research Memorandumを当社に無断で第三者に配布したり複写複製(コピー)すると、著作権の侵害になります。

には、まず、７つの未知のパラメータの内 Z、T_C、ω、φ の４つのパラメータを所与とすれば A、B、C の３つのパラメータが線形関係で表せることを利用し、最小二乗法で A、B、C のパラメータを決定している。従って、上記のアルゴリズムでは遺伝子（パラメータ）数が４のケースとなる。これを繰り返し、全てのパラメータが収束するまで繰り返す。こうすることで、７つ全てのパラメータを遺伝的アルゴリズムで解く場合と比べて収束が早くなることが利点として挙げられる。

3. LPPL モデルフィッティングの例・・・金価格

本章では、各種の先行研究にて取り上げられることが多い、金の価格推移について式（1）の LPPL をフィッティングした結果を示す。

図１は、金の価格推移に式（1）による LPPL をフィッティングさせたときの結果である。フィッティングには、2001 年 1 月～2009 年 12 月のデータを利用している。図中の緑色の”Fitted Periods”がフィッティングに利用した期間（インサンプル）である。2001 年初頭が概ね価格のボトムを示していることから 2001 年 1 月からのデータを推計に利用した。また、図中の赤線の”Estimated Price”が推計された LPPL パラメータを利用して予測される価格推移を表している。

パラメータのフィッティング結果得られた臨界予測日はT_C =2011 年 6 月 27 日である。実際に金価格がピークを付けたのは 2011 年 9 月 6 日であり、比較的良い一致を見せていることが分かる。

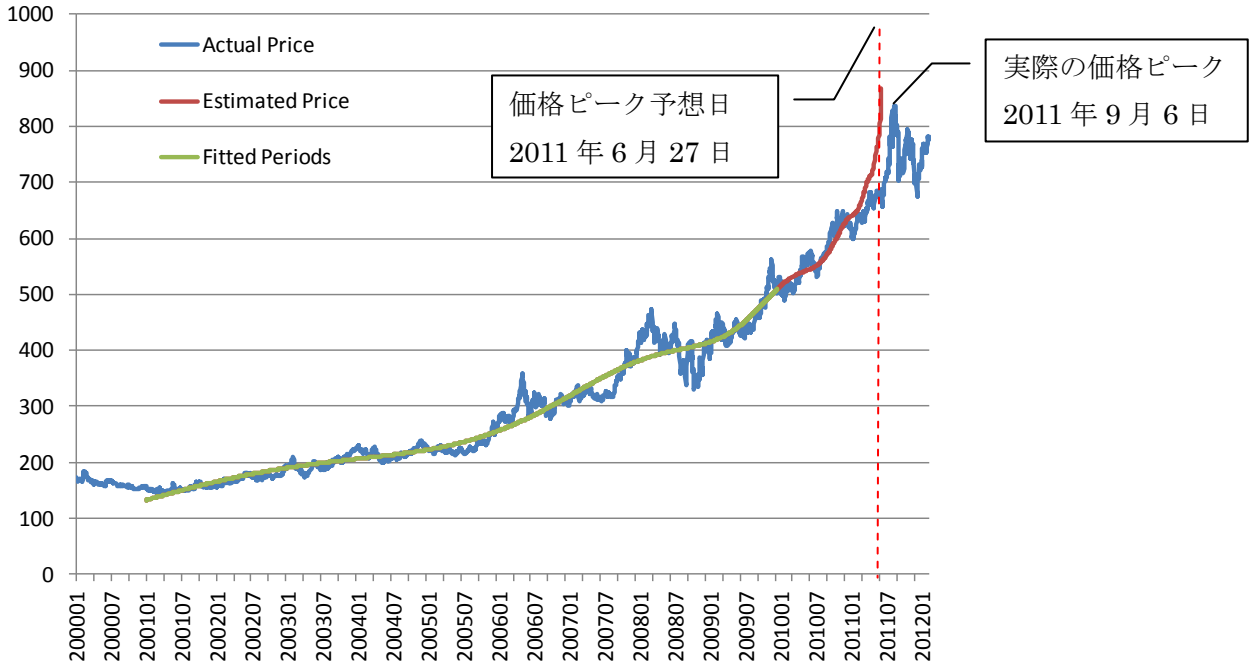


図１　金価格の推移と LPPL によるフィッティング結果

株式会社 金融工学研究所　http://www.ftri.co.jp/　TEL: 03-3276-3440　FAX: 03-3276-3439
〒103-0027 東京都中央区日本橋1-4-1 日本橋一丁目ビルディング
＊FTRI Research Memorandumを当社に無断で第三者に配布したり複写複製(コピー)すると、著作権の侵害になります。

ただし、データのフィッティングに利用する期間を、2001 年 1 月～2010 年 12 月と 1 年間伸ばした場合の臨界予測日はT_C=2011 年 4 月 1 日となり、先のフィッティング結果とくらべて約 5 ヶ月早い時点でのピークを予測しており、データのフィッティング期間に対するT_Cのセンシティビティー（即ち結果の解釈）には留意が必要である[2]。

4. 日経平均の価格推移への LPPL の適用結果

4.1 LPPL の日経平均株価への適用結果

図 2 は、式（1）の LPPL モデルを日経平均株価の推移に適用した結果である。フィッティングには、2012 年末の衆議院総選挙終了後の翌営業日（2012 年 12 月 17 日）から、2013 年 5 月 17 日（金）までのデータを利用している。この結果、得られた臨界予測日はT_C=2013 年 5 月 21 日と予測された。実際に株価のピークを付けたのが 2013 年 5 月 22 日であることから僅かの違いで実際のピーク日を推計出来ていることになる。

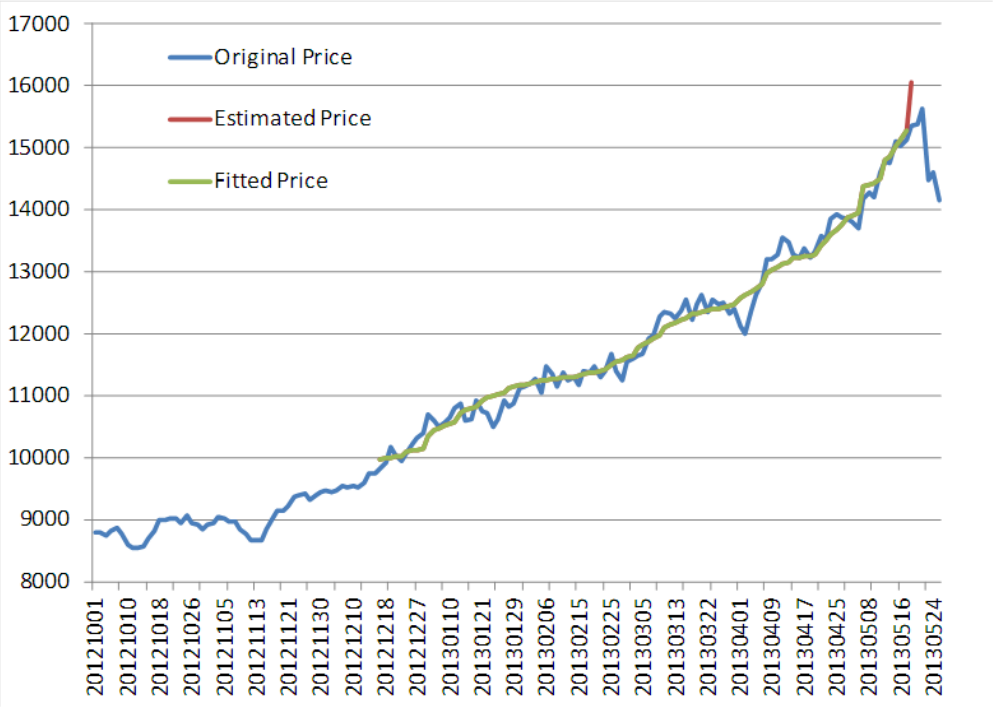


図2　日経平均株価への LPPL モデルによるフィッティング結果

ただし、LPPL パラメータを推計する際の方法、特にどの区間のデータを利用してパラメータ推計（フィッティング）を行うかなどについては、結果に強い影響を与えるとの指摘もあり、図 2 の結果については“たまたま”一致したとの見方も可能だ。そこで、次の節では、推計に利用する期間を変化させたときの臨界予測日T_Cに与える影響を調査する。

[2] Lin and Sornette (2009)では、これらの指摘に対処するため、過去 750 日の価格データを利用して、より一般的に価格バブルの診断を行える手法を提案している。

株式会社 金融工学研究所　http://www.ftri.co.jp/　TEL: 03-3276-3440　FAX: 03-3276-3439
〒103-0027 東京都中央区日本橋1-4-1 日本橋一丁目ビルディング
＊FTRI Research Memorandumを当社に無断で第三者に配布したり複写複製(コピー)すると、著作権の侵害になります。

4.2 予測に利用する期間の予測結果への影響

図３は、予測に利用するデータの範囲（期間）を変更していくことで、株価の臨界予測日（T_C）がどう変化するかを確認した結果である。推計に利用するデータの起点については、本ペーパーの趣旨に照らして 2012 年末の衆議院総選挙終了後の翌営業日が最も合理的な予測の起点日と考えられるので、2012 年 12 月 17 日をフィッティングに利用するデータの起点日とした。一方、フィッティングに利用するデータの終点日（予測基準日）は、2012 年 2 月 7 日から実際に株価がピークを付けた 5 月 22 日の後となる 5 月 27 日迄概ね２営業日毎に予測を繰り返した。

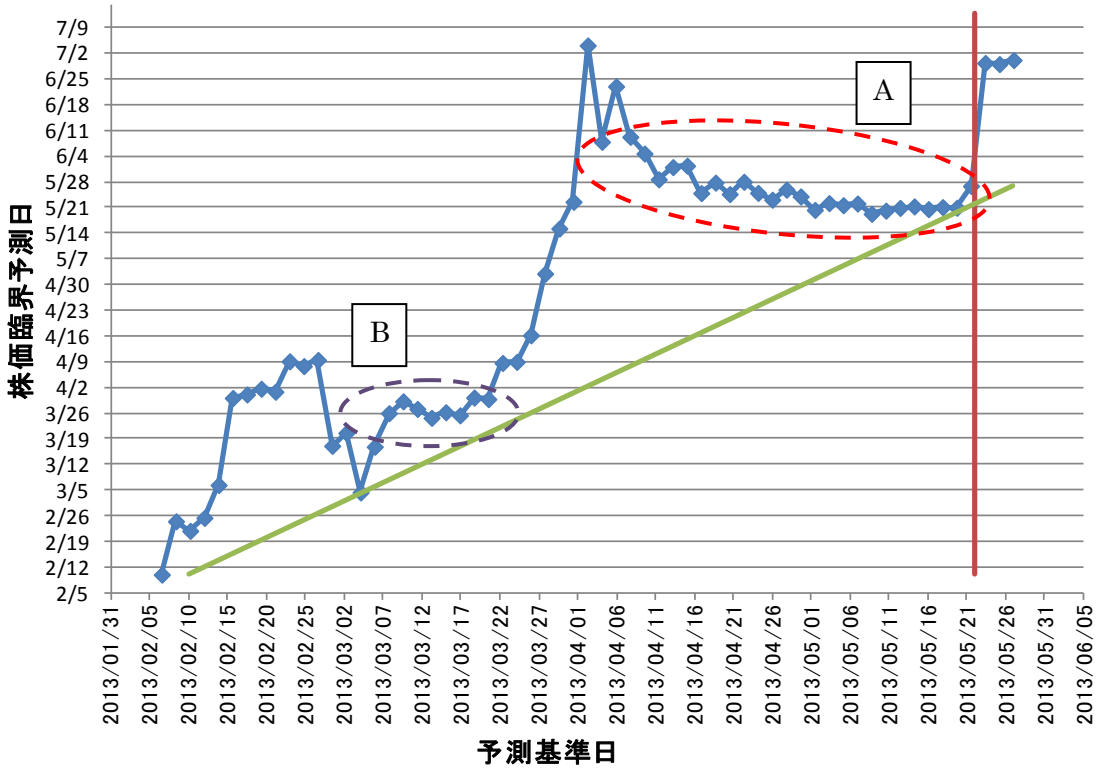


図3　予測基準日に対する株価臨界予測日の推移

図３の横軸は予測基準日を示しており、縦軸は臨界予測日（T_C）を示している。また、赤縦軸は株価がピークを付けた 2013 年 5 月 22 日を示しており、緑の直線は予測基準日と臨界予測日が一致する（同日となる）ラインを示している。

2013 年 3 月頃までは、予測基準日が移動するに従って臨界予測日もずれる（伸びる）傾向を示しているが、2013 年 4 月以降は臨界予測日が 5 月 21 日前後に収束していく様子が観察される（図中囲み A 参照）。予測基準日が 5 月 19 日の時点では、臨界予測日が 5 月 20 日となるまでに両者の差が接近し、最終的には 5 月 22 日のピーク、23 日の暴落に至ることになる。同様の事例は、Sergey et al. (2012)が原油価格の推移データを使った検証においても確認しており、臨界予測日が一定の予測日に向かって収束して行く傾向は臨界予測日を推計する上で有効な情報になる可能性があると考えられる。

同様に、臨界予測日が徐々に予測基準日に向かって近づいていく様子は小規模ながら 3 月中旬から下旬に掛けても観察される（図中囲み B 参照）。この時は臨界予測日が 3 月下旬に向けて収束しているが、実際の株価の動きを図４で確認してみると、3 月中旬から下

株式会社 金融工学研究所　http://www.ftri.co.jp/　TEL: 03-3276-3440　FAX: 03-3276-3439
〒103-0027 東京都中央区日本橋1-4-1 日本橋一丁目ビルディング
＊FTRI Research Memorandumを当社に無断で第三者に配布したり複写複製(コピー)すると、著作権の侵害になります。

旬にかけては株価上昇が一服し、3 月末から 4 月上旬に掛けて小規模ながら急落し 4 月 2 日にボトムを付けていることが確認できる。この時は、特定の臨界予測日に収束する動きは比較的短期間で解消されて、再度臨界予測日が上昇していくことになった。

この結果は、LPPL モデルを日経平均株価に適用したときに一定の精度で株価のピーク日を予測できる“可能性”を示していると言える。ただし、今回の検証は、起点を 2012 年 12 月の衆議院総選挙翌日に設定した場合に限った検証であり、他の期点日を選択した場合の結果や、1989 年末のバブル崩壊を含めた他の期間においてはうまく予測できるのか、また、いわゆる False Alarm が発生する可能性はないのかなど、LPPL を活用するためには様々な観点から追加的な検証を加えていく必要がある。

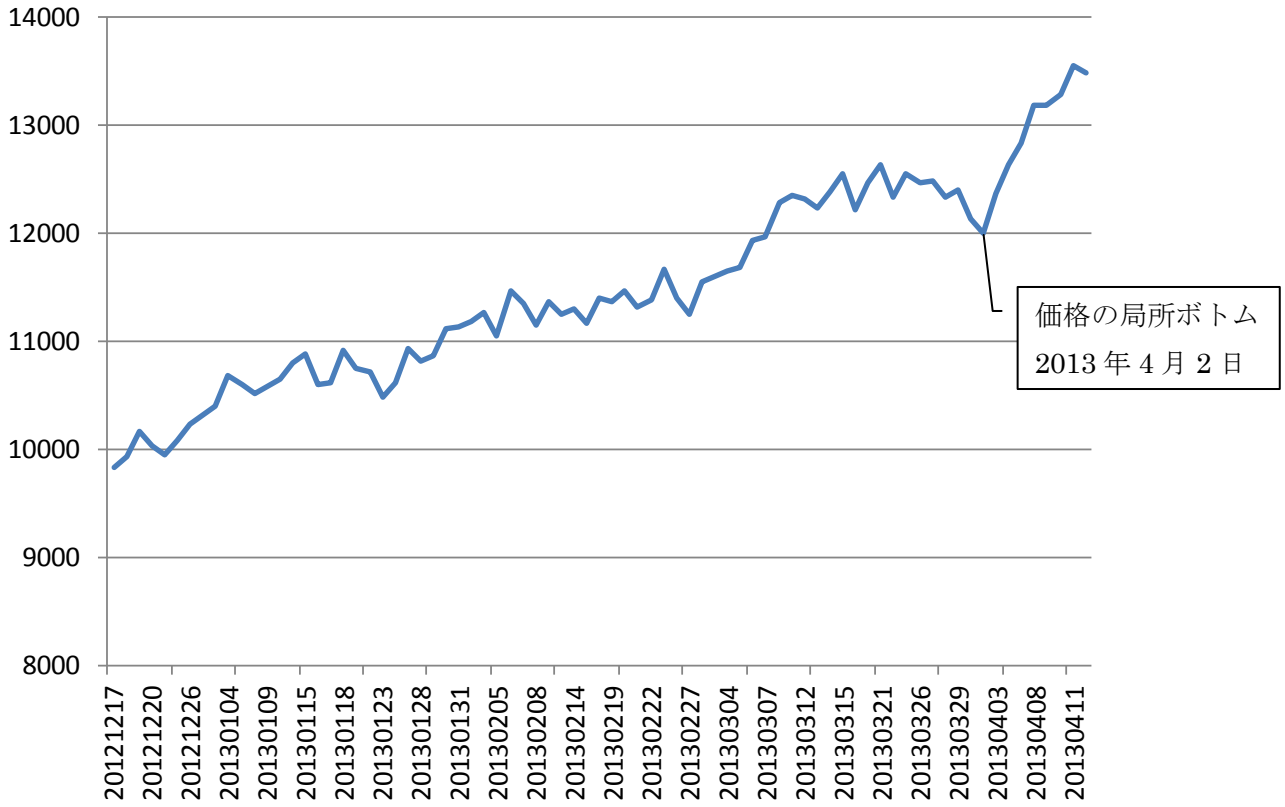


図4　日経平均株価推移（図2からの拡大）

5. Conclusion

このペーパーでは、金融商品の価格が対数周期性を示すことを利用した LPPL モデルを日経平均株価に適用することで、2013 年 5 月 22 日の株価ピークをどの程度予測できていたのかを検証した。

この結果、LPPL モデルでフィッティングした結果は日経平均株価が 2013 年 5 月 21 日頃ピークを付けることを示唆しており、実際のピーク日 5 月 22 日と概ね良い一致が見られることを確認した。

ただし、LPPL モデルが今回の検証期間以外でも有効なのか、また株価以外の金融商品の価格変動の予測に適用可能なのかなどその一般性については更なる検証が必要とされる。

株式会社 金融工学研究所　http://www.ftri.co.jp/　TEL: 03-3276-3440　FAX: 03-3276-3439
〒103-0027 東京都中央区日本橋1-4-1 日本橋一丁目ビルディング
＊FTRI Research Memorandumを当社に無断で第三者に配布したり複写複製（コピー）すると、著作権の侵害になります。

6. References

Gulsen, Smith and Tate, "A Genetic Algorithm Approach to Curve Fitting," International Journal of Production Research, Vol.33, No.7, 1991-1923 (1995).

Lin and Sornette, "Diagnostics of Rational Expectation Financial Bubbles with Stochastic Mean-Reverting Termination Times," The European Journal of Finance, Vol.19, No.5 (2013).

Sergey, Tsirel, Askar Akaev, Alexey Fomin and Andrey Korotayev, "Log-Periodic Oscillation Analysis and Possible Burst of the "Gold Bubble" in April - June 2011," arXiv.org:1012.4118 [q-fin.ST] (2012).

Sornette and Johansen "Significance of log-periodic precursors to financial crashes," Quantitative Finance, Vol.1. No.4, 452-471 (2001)

ディディエ・ソネット、「経済物理学、なぜ暴落は起こるのか」PHP 研究所 (2004)

株式会社 金融工学研究所 http://www.ftri.co.jp/ TEL: 03-3276-3440 FAX: 03-3276-3439
〒103-0027 東京都中央区日本橋1-4-1 日本橋一丁目ビルディング
＊FTRI Research Memorandumを当社に無断で第三者に配布したり複写複製(コピー)すると、著作権の侵害になります。